



Ю. Т. ЧЕРНОВ

доктор технических наук, профессор кафедры «Строительная и теоретическая механика» (СuTM)

М. Д-Х. ЗЕБИЛИЛА

аспирант кафедры «Строительная и теоретическая механика» (СuTM)

**ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный
строительный университет»**

УДК 624.042.8

К РАСЧЕТУ СИСТЕМ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ С ДЕМПФЕРАМИ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ

Дается метод расчета систем виброизоляции с демпфером вязкого трения как нелинейных систем с одной и двумя степенями свободы. Нелинейность определяется включением в зонах больших перемещений (вблизи резонансных зон при пуске и остановке оборудования) дополнительных диссипативных сил. Метод проиллюстрирован на примере расчета системы с одной степенью свободы. Результаты расчета показали, что включение демпферов вязкого трения в переходных режимах позволяет значительно снижать уровни колебаний при прохождении через резонанс, и максимальные перемещения в зоне резонанса практически не зависят от интервалов времени в пусковом и остановочном режимах.

Ключевые слова: виброизоляция, виброактивное оборудование, демпфер вязкого трения, интеграл Дюамеля, переходные режимы.

Демпферы вязкого трения широко применяют в различных областях машиностроения, самолетостроения, оборонной промышленности, и в частности, в опорных конструкциях роторов, которые являются главными элементами энергетических, электрических, транспортных машин, а также многих приборов. При установке на несущие конструкции зданий виброактивного оборудования с гармоническими (или периодическими) воздействиями демпфер включается в систему виброизоляции при больших перемещениях, которые связаны, большей частью, с возбуждением резонансных колебаний в переходных режимах.

Одна из возможных систем виброизоляции, которая позволяет использовать демпферы относительно простой конструкции, показана на рис. 1 [1].

Расчетной величиной для демпферов вязкого трения является относительное демпфирование, которое опреде-

ляется по формуле: $D = \frac{\varphi}{p_k}$, где φ – коэффициент демпфирования – постоянная величина для различных типов демпферов, равная отношению диссипативной силы к обобщенной скорости и поделенная на удвоенную массу; p_k – собственная угловая частота виброизолированной системы. Параметр φ обычно определяется экспериментально. Коэффициент D связан с коэффициентом потерь γ зависимостью [1]

$$D = \frac{\gamma}{\sqrt{4 + \gamma^2}} \approx \frac{\gamma}{2}. \quad (a)$$

После того, как задан коэффициент потерь (не меньше 2), величина D , в зависимости от конструктивных решений демпферов, регулируется, в частности, изменяя количество отверстий в поршне, кольцевой зазор между корпусом демпфера (статором) и поршнем, размеры и число пластин и т. п.

Диссипативная сила, возникающая при движении поршня, определяется по формуле (319) [1].

$$P_{gk} = h_k v_k \quad (б)$$

где $h_k = 2p_r m D$ – коэффициент демпфирования; m – масса движущего тела.

Из (б), в частности, следует, что в уравнении движения (см. рис. 1), при включении в систему виброизоляции демп-

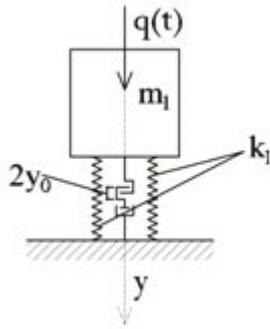


Рисунок 1 — Система с одной степенью свободы с демпфером вязкого трения

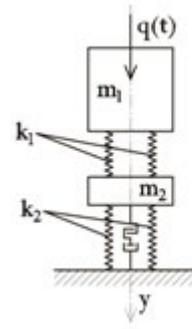


Рисунок 2 — Система с двумя степенями свободы с демпфером вязкого трения

фера, диссипативные силы по форме могут учитываться как и для модифицированной гипотезы Фойгта.

Уравнение

$$m_1 \ddot{y} + \bar{h}(y) \cdot p_1 m \gamma_d \dot{y} + \left(1 + 2\nu_1 \frac{d}{dt}\right) k_1 y = q(t)$$

удобно переписать в виде:

$$\ddot{y} + \bar{h}(y) \Phi_d \dot{y} + \left(1 + \frac{\gamma_1}{p_1} \frac{1}{dt}\right) p_1^2 y = \frac{q(t)}{m}; \quad (1)$$

где $\Phi_d = p_1 \gamma_d$ – модуль затухания, принятый, в частности, в соответствии с (320) [1], γ_d – условный коэффициент потерь (неупругого сопротивления); γ_1 – коэффициент неупругого сопротивления для виброизоляторов, принятый в соответствии с модифицированной гипотезой Фойгта;

$p_1 = \left(\frac{k_1}{m}\right)^{1/2}$ – собственная круговая частота системы; $\bar{h}(y)$ – прерывистая функция, равная 1 при $|y| \geq y_0$; 0 при $|y| < y_0$. Остальные обозначения даны на рис. 1.

Далее можно воспользоваться расчетной схемой, приведенной, в частности, в (2), и свести уравнение (1) к нелинейному интегральному уравнению. Для этого перенесем нелинейный член в правую часть и запишем общее решение в виде интеграла Дюамеля:

$$y = \int_0^t q(\tau) V_0(p_1, t - \tau) d\tau - \bar{h} \Phi_d \int_0^t \frac{dy}{d\tau} y(\tau) V_0(p_1, t - \tau) d\tau; \quad (2)$$

где $V_0 = \frac{1}{m_1 p_1} e^{-nt} \sin pt$ – импульсная переходная функция линейной системы (3);

$$n = \frac{\gamma}{2} p_1$$

Второй интеграл в (2) вычислим по частям

$$y_H = J_d = \bar{h}(y) \Phi_d \left[y(t) V_0(p_1, t - \tau) \Big|_{(y_0)t_s}^{(y_0)t_{s+1}} - \int_0^t y(\tau) V_1(p_1, t - \tau) d\tau \right]; \quad (4)$$

где

$$V_1 = \frac{d}{pd\tau} \left[e^{-n_1(t-\tau)} \sin(p_1, t - \tau) \right]; \quad (5)$$

и представим $\sin(p_1, t - \tau)$ и $\cos(p_1, t - \tau)$ как функции разности двух углов. Алгоритм вычисления интеграла (4) можно записать так

$$y_H = J_d = \bar{h}(y) \Phi_d \left[\left(d_1 + \frac{n_1}{p_1} d_2 \right) F_{1d}(t) + \left(d_2 - \frac{n_1}{p_1} d_1 \right) F_{2d}(t) \right]; \quad (6)$$

где $d_1 = e^{-n_1 t} \sin p_1 t$; $d_2 = e^{-n_1 t} \cos p_1 t$;

$$F_{1d}(t) = \int_0^t y(\tau) \cdot e^{n_1 \tau} \sin p_1^* \tau d\tau;$$

$$F_{2d}(t) = \int_0^t y(\tau) \cdot e^{n_1 \tau} \cos p_1^* \tau d\tau \quad (7)$$

Перемещения системы – сумма перемещений от внешней и фиктивной нагрузки $y = y_x + y_n(J_d)$.

Также, используя функции разности углов для вычисления линейной составляющей перемещений, можно записать:

$$y_x = \frac{1}{m_1 p_1} (d_1 F_2 - d_2 F_1), \quad (8)$$

где $F_1(t) = \int_0^t q(\tau) \cdot e^{n_1 \tau} \sin p_1^* \tau d\tau$;

$$F_2(t) = \int_0^t q(\tau) \cdot e^{n_1 \tau} \cos p_1^* \tau d\tau. \quad (9)$$

Решение строится по шагам по времени. При малом

шаге $\Delta t < \frac{T}{30} = \frac{2\pi}{30 p_1}$ при вычислении (7), (8) достаточную точность дает замена подынтегральных функций их средними значениями.

Интеграл в (6) уточняется итерациями. Интегралы F_{1d} и F_{2d} при включении демпфера в в интервале по времени $(n+1)\Delta t$ в котором

$$|(s+1)\Delta t| = y_0, \quad (10)$$

Таблица 1 — Максимальные значения амплитуд колебаний в переходных режимах

Тип виброизоляции	режим пуска (с)		режим остановки (с)	
	8	12	15	45
без демпфера	0.0452	0.0556	0.0536	0.085
с демпфером вязкого трения	$\gamma_d = 0.21$			
	0.0345	0.0345	0.0332	0.0331
	$\gamma_d = 0.3$			
	0.0317	0.0329	0.03	0.0327

вычисляются по формулам:

$$F_{1d}^{n+1} = \sum_{s=1}^n \int_{s\Delta t}^{s_n \Delta t} y(\tau) f_1(\tau) d\tau + \int_{(s+1)\Delta t}^t y(\tau) f_1(\tau) d\tau; \quad (11)$$

$$F_{2d}^{n+1} = \sum_{s=1}^n \int_{s\Delta t}^{s_n \Delta t} y(\tau) f_2(\tau) d\tau + \int_{(s+1)\Delta t}^t y(\tau) f_2(\tau) d\tau;$$

где

$$f_1(\tau) = e^{nt} \sin p_1 \tau; f_2(\tau) = e^{nt} \cos p_1 \tau; \quad (12)$$

t – текущее время.

В интервале

$$s_n \Delta t \leq t < s_{n+1} \Delta t; |y| \leq y_0, \quad (13)$$

В формулах (11) последние слагаемые равны нулю.

Принятая модель учета диссипативных сил при включении демпфера может быть естественно распространена на системы с конечным числом степеней свободы.

В частности, уравнения движения системы с двумя степенями свободы с демпфером вязкого трения (рис. 2) удобно записать так:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + \left(1 + 2n_1 \frac{d}{dt}\right) k_1 (y_1 - y_2) &= \frac{q(t)}{m}; \\ m_2 \ddot{y}_2 + \left(1 + 2n_1 \frac{d}{dt}\right) k_1 (y_1 - y_2) + \\ + \left(1 + 2n_2 \frac{d}{dt}\right) k_2 y_2 &= \bar{h}(y_2) \Phi_d y_2. \end{aligned} \quad (14)$$

При решении системы (14) можно воспользоваться полученными ранее [2, 3] передаточными (ПФ) и импульсными переходными функциями (ИПФ). В частности, ИПФ системы удобно записать в виде [2]:

$$k_{ij} = N(m, p_i) \sum_{s=1}^2 (-1)^{s+1} \frac{\Phi_{ij}}{p_s} F_s(p_s, \gamma_s); \quad (15)$$

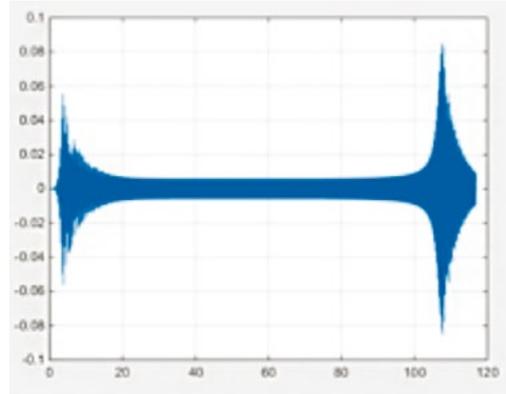


Рисунок 3 — Линейная система (без демпфера)

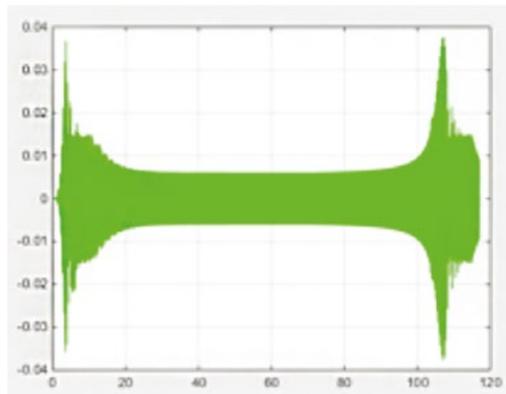


Рисунок 4 — Система с демпфером вязкого трения с $\gamma_d = 0,21$

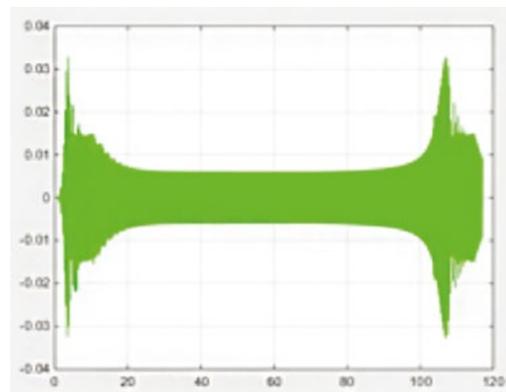


Рисунок 5 — Система с демпфером вязкого трения с $\gamma_d = 0,3$

где

$$\begin{aligned} N &= \frac{p_0^2}{m_2 (p_2^2 - p_1^2)}; \Phi_{11} = \frac{1 + s + \frac{s}{p_0^2} p_s^2}{p_s}; \\ \Phi_{12} = \Phi_{21} &= 1; \Phi_{22} = \frac{1 - \frac{p_s^2}{p_0^2}}{p_s}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$F_s = e^{-n_s} \sin p_s t; s = \frac{k_2}{k_1}; h_1 = \frac{m_1}{m_2}; n_s = \frac{\gamma_s}{2} P_s.$$

Частоты собственных колебаний системы вычисляются по формулам:

$$P_{1(2)}^2 = \begin{pmatrix} \varphi_1 & H_1 \\ 2 & \end{pmatrix} P_{01}^2; \quad (17)$$

$$\text{где } \varphi_1 = h_1 + h_1 s + 1; H = \left(\frac{\varphi_1}{4} - h_1 s_1 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Уровень воздействий на опорную конструкцию определяется перемещением $y_2(t)$, которое можно вычислить, воспользовавшись импульсными переходными функциями $k_{12}(t)$ (от внешней нагрузки) и $k_{22}(t)$ – от фиктивной нагрузки ($\bar{h}(y_2)\Phi_d \dot{y}_2$):

$$y_2 = \int_0^t q(\tau) \sum_{s=1}^2 \frac{F_s(p_s, \gamma, t - \tau)}{p_s} d\tau + \bar{h}(y_2)\Phi_d \int_0^t \sum_{s=1}^2 \frac{d}{d\tau} [y(\tau)] \frac{1 - \frac{p_s^2}{p_0^2}}{p_s} F_s(p_s, \gamma, t - \tau) d\tau \quad (18)$$

Второй интеграл в (18) следует вычислять по частям, воспользовавшись зависимостями (4) – (7).

Для оценки величины диссипативной силы при включении демпфера можно ограничиться только одной (первой) формой колебаний. Знаки суммирования в (15) и (18), естественно, пропадают.

В статье метод расчета систем виброизоляции с демпфером вязкого трения проиллюстрирован на примере нелинейной системы с одной степенью свободы (рис. 1) при таких параметрах:

$m = 10\text{т}$ – масса оборудования с гармоническим воздействием (грохота);

$k_1 = 3,5 \cdot 10^3 \text{ кН/м}$ – жесткость упругих элементов;

$Q_0 = 350 \text{ кН}$ – амплитуда возмущающей силы;

$\omega = 78,5 \text{ рад/с}$ ($12,5 \text{ Гц}$) – частота возмущения в рабочем режиме;

$\gamma = 1$ – коэффициент неупругого сопротивления в элементах виброизоляции;

$\gamma_d = 2, 1; 3$ – условные коэффициенты неупругого сопротивления для демпферов вязкого трения.

Характер изменения нагрузки в переходных режимах определяется зависимостями:

$$q(t) = Q_0 \left(\frac{at}{\omega} \right)^2 \sin \left(\frac{at^2}{2} \right) \quad \text{– в режиме пуска;}$$

$$q(t) = Q_0 \frac{[\omega - b(t - t_2)]^2}{\omega^2} \sin \left[\omega t - \frac{b(t - t_2)^2}{2} \right] \quad (19)$$

– в режиме остановки

$$a = \frac{\omega}{t_1}; \quad b = \frac{\omega}{t_3 - t_2}$$

t_1 – время перехода к эксплуатационному режиму, t_2 время начала остановки, t_3 время полной остановки; a, b (рад/с) – скорости нарастания и убывания числа оборотов оборудования; величина перемещения y_0 , определяющая время включения демпфера, принималась равной $y_0 = 0,015 \text{ м}$.

Перемещения массы m в переходных и эксплуатационных режимах для систем без демпфера и с демпферами при значениях $\gamma_d = 0,21; 0,3$ показаны на рис. 3-5.

Максимальные значения амплитуд колебаний при различных интервалах времени переходных режимов даны в таблице 1.

Краткие выводы:

- приведенный метод, расчетные зависимости и алгоритмы расчета позволяют количественно оценивать эффекты, связанные с включением демпферов вязкого трения в системы виброизоляции в переходных режимах;
- включения демпферов вязкого трения в переходных режимах позволяют значительно снижать уровни колебаний при прохождении через резонанс;
- в системах виброизоляции с демпферами вязкого трения максимальные перемещения в зоне резонанса практически не зависят от интервалов времени в пусковом и остановочном режимах;
- при отключении демпфера происходит «срыв» колебаний, что характерно для нелинейных систем (рис. 4, 5).

Литература

1. Рекомендации по виброзащите несущих конструкций производственных зданий. М.: ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко, 1998.
2. Чернов Ю. Т. Вибрации строительных конструкций. Аналитические методы расчета. Основы проектирования и нормирования вибраций строительных конструкций, подвергающихся эксплуатационным динамическим воздействиям. Научное издание. 2-е изд., испр. и доп. М.: Издательство АСВ, 2011. 384 с.
3. Чернов Ю.Т., Зебилина М.Д.Х. Расчет си-

стем виброизоляции оборудования, в том числе с нелинейными характеристиками// Строительная механика и расчет сооружений. 2017. С. 47-54.

4. Makris N., Constantinou M.C. Experimental study and analytical prediction of response of spring-viscous damper isolation system. Earthquake Engineering, Tenth World Conference. Balkema, Rotterdam. 1992.

5. Constantinou, M. C. and Symans, M.D. Experimental and analytical investigation of seismic response of structures with

supplemental fluid viscous dampers. Report No. NCEER-92-0032, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY. 1992.

6. Martinez-Rodrigo M., Romero M.L. An optimum retrofit strategy for moment resisting frames with nonlinear viscous dampers for seismic applications. Engineering structures. No. 25, 2003, pp. 913–925.

Материалы хранятся по адресу: 129337, г. Москва, ФГБОУ ВО НИУ МГСУ Кафедра строительной и теоретической механики (CuTM)

CHERNOV Y., doctor of technical science, prof., National university Moscow state university of civil engineering

ZEBILILA M., PhD student, National university Moscow state university of civil engineering

TO THE CALCULATION OF VIBRATION ISOLATION SYSTEMS WITH FLUID VISCIOUS DAMPERS

Abstract

A method is given for calculating vibration isolation systems with a viscous dampers as nonlinear systems with single and two degrees of freedom. Nonlinearity is determined by the inclusion of additional dissipative forces in zones of large displacements (near resonant zones at start-up and shutdown of equipment). The method is illustrated by an example of calculating a system with single degree of freedom. The results of the

calculation shows that the inclusion of viscous friction dampers in the transient modes makes it possible to significantly reduce the levels of oscillations during passage through the resonance, and the maximum displacements in the resonance zone are practically independent of the time intervals in the starting and stopping modes.

Keywords: vibration isolation, vibroactive equipment, viscous damper, Duhamel integral, transient modes.

References

1. Rekomendatsii po vibrozashchite nesushchih konstruktivnykh proizvodstvennykh zdaniy [Recommendations for vibration protection of load-bearing structures of industrial buildings]. M.: TSNIISK im.V.A. Kucherenko, 1998. (In Russian).
2. Chernov Yu.T. Vibratsii stroitel'nykh konstruktiv. Analiticheskie metody rascheta. Osnovy proektirovaniia i normirovaniia vibratsii stroitel'nykh konstruktiv, podvergaiushchihsia ekspluatatsionnym dinamicheskim vozdeistviyam [Vibration of building structures. Analytical Calculation Methods: The Basics of Designing and Normalizing Vibrations of

Building Constructions Undergoing Operational Dynamic loads]. Nauchnoe izdanie. 2-e izd., ispr. i dop. M.: Izdatel'stvo ASV, 2011, 384 p. (In Russian).
3. Chernov Yu.T., Zebilila M.D.X. Raschet sistem vibroizolatsii oborudovaniia, v tom chisle s nelineinymi harakteristikami [Calculation of vibration isolation systems for equipment, including nonlinear characteristics]. *Stroitel'naiia mekhanika i raschet sooruzhenii* [Structural Mechanics and Analysis of Constructions], 2017, No 4, pp. 47-54. (In Russian).
4. Makris N., Constantinou M.C. Experimental study and analytical prediction of response of

spring-viscous damper isolation system. Earthquake Engineering, Tenth World Conference. Balkema, Rotterdam. 1992.
5. Constantinou, M. C. and Symans, M.D. Experimental and analytical investigation of seismic response of structures with supplemental fluid viscous dampers. Report No. NCEER-92-0032, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY. 1992.
6. Martinez-Rodrigo M., Romero M.L. An optimum retrofit strategy for moment resisting frames with nonlinear viscous dampers for seismic applications. Engineering structures. No. 25, 2003, pp. 913-925.

Для цитирования: Чернов Ю.Т., Зебилина М.Д.Х. К расчету систем виброизоляции с демпферами вязкого трения // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2018. № 2. С. 34-38.

For citation: Chernov Yu.T., Zebilila M.D.H. To the calculation of vibration isolation systems with fluid viscous dampers. *Seismostoi koe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenii* [Earthquake engineering. Constructions safety], 2018, no. 2, pp. 34-38. (In Russian).

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ В ЖУРНАЛЕ «СЕЙСМОСТОЙКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО. БЕЗОПАСНОСТЬ СООРУЖЕНИЙ»

Текст:

- Объем статьи** не должен превышать **40 000** знаков.
- Количество авторов** статьи – не более 3-х.
- Сведения об авторе** должны содержать: ФИО, регалии, место работы и должность, почтовый и электронный адреса, контактный телефон **на русском и английском языках**. Необходима фотография в формате TIF, JPG.
- Ключевые слова** к статье* должны быть **на русском и английском языках**.
- Аннотация** к статье должна содержать 100–250 слов **на русском и английском языках**. Аннотация на английском языке не должна полностью повторять текст аннотации на русском языке. Статья должна содержать: введение, цели задачи, методы, результаты, заключение.
- Обязательно наличие **библиографического списка** с ссылками по тексту на русском (ГОСТ Р 7.0.5–2008) и английском языках (или латиницей по правилам Scopus).
- Обязательное приложение – **рекомендательное письмо** от организации, которую представляет автор, **рецензия** или **экспертное заключение** (для аспирантов или соискателей ученой степени кандидата наук).

Иллюстрации:

- Рисунки** должны быть представлены в форматах файлов (под PC): **PDF, EPS, AI, CDR**;
- Фото** должны быть представлены для публикации в форматах файлов (под PC): **TIFF, JPG**;
- Разрешение** файлов – не менее **300 dpi**;
- Таблицы, схемы и диаграммы** должны быть встроены в статью и иметь связи (быть доступными для редактирования) с программой, в которой они созданы (**Excel, Corel Draw**);
- Обязательно наличие **подписей к иллюстрациям**, оформленных отдельным списком.
- Данные в таблицах** даются полностью **без сокращений**.
- Математические формулы и выражения** должны быть записаны в **Microsoft Word** или с помощью редактора **Microsoft Equation 3.0**.
- УДК статьи**.

Ждем ваши материалы по адресу:
109456, а/я 29, г. Москва
или по e-mail: **info@raee.su**,
т/ф.: **(499) 174-70-65**